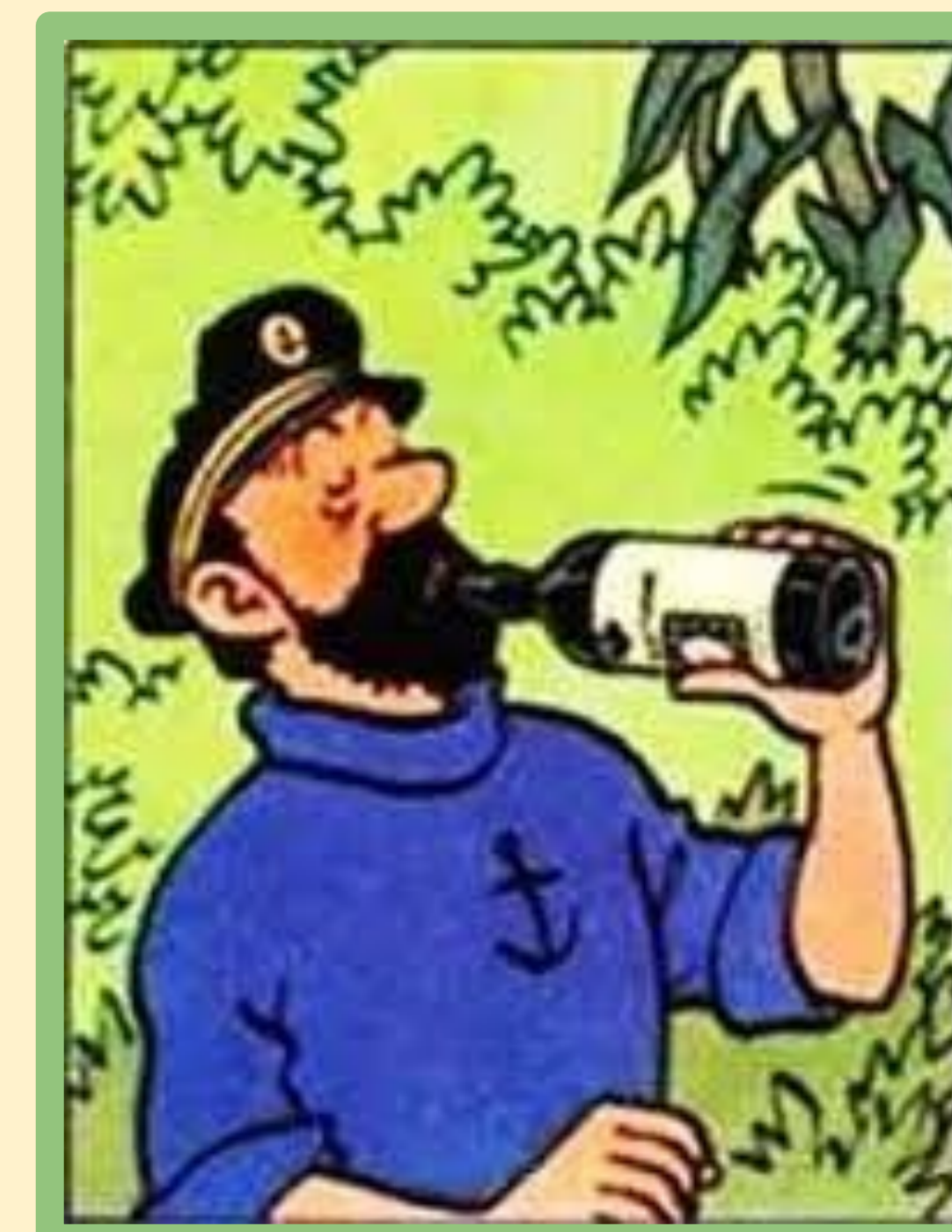




La marche de l'ivrogne

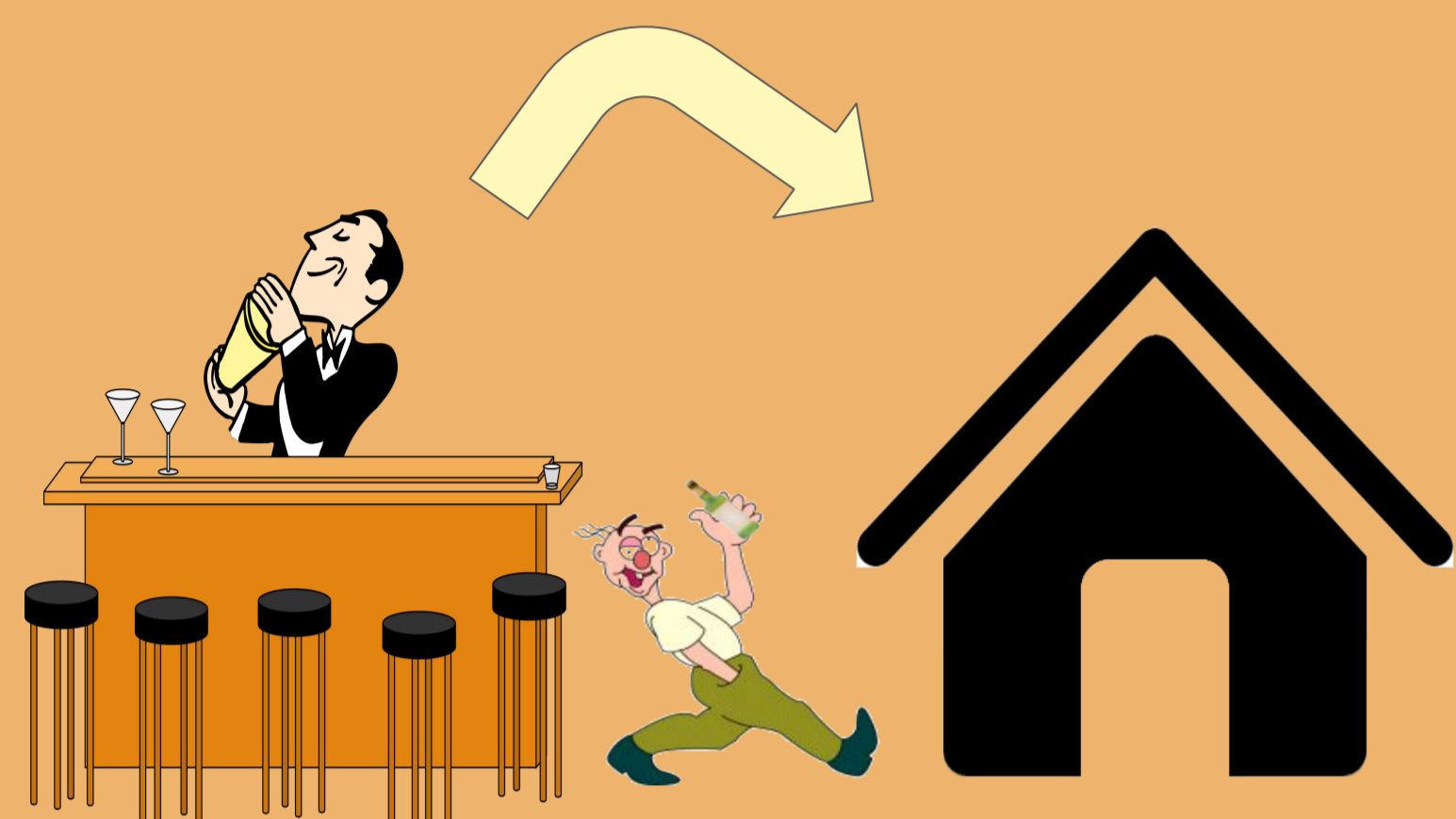


Règle de base

Un Ivrogne, ayant un peu trop bu, sort d'un bar et veut rentrer chez lui.
Malheureusement, il est perdu. En une minute, il traverse une rue, et arrive à l'intersection qui suit, où il choisit sa direction au hasard. Il peut ainsi retourner au point de départ.

Quelle est la probabilité qu'il rentre chez lui ?

Cas simple



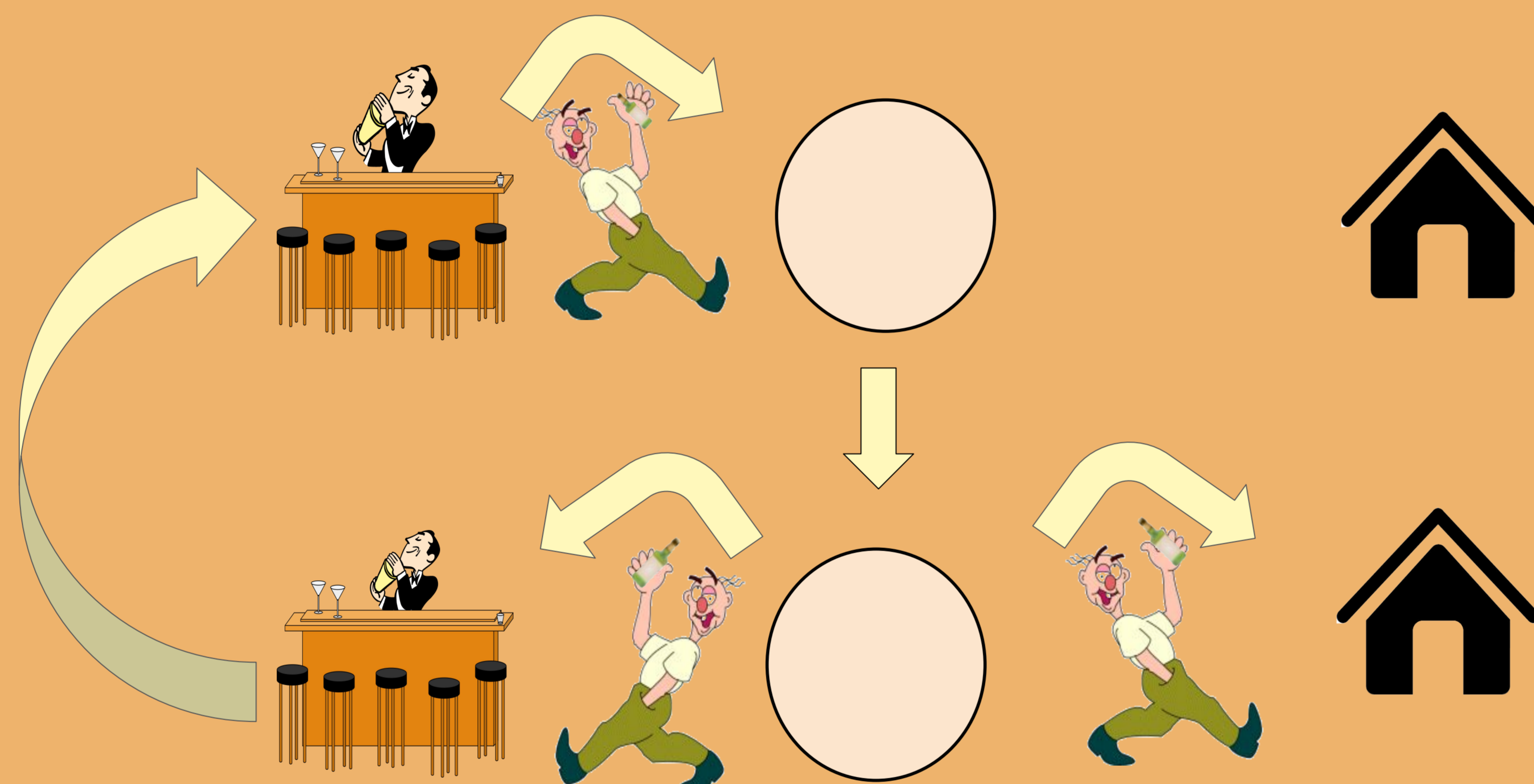
Bar

Maison

Sans intersection il arrive forcément en 1 minute.
On pose n le nombre de minutes pour rentrer



Une intersection



A la première minute, il est forcément à la première intersection.
S'il va au bar, il se retrouve à son point de départ.

S'il va à la maison, il est arrivé. Il y a donc une boucle qui recommence si l'ivrogne retourne au bar.

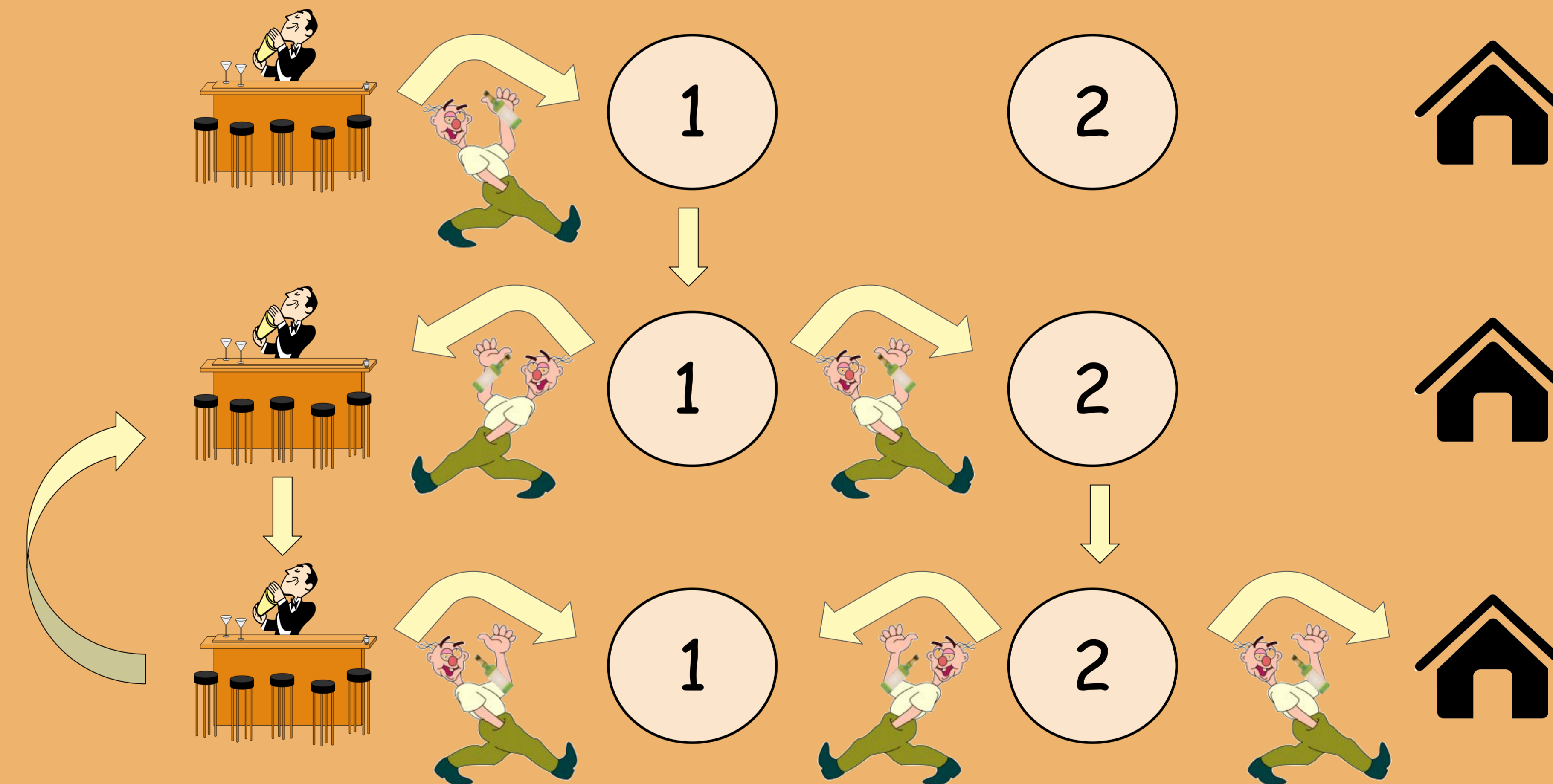
L'aller-retour lui prend 2 minutes donc la boucle dure 2 minutes.

Pour savoir la probabilité qu'il rentre chez lui on multiplie la probabilité des chemins qu'il a pris. Au Bar, la probabilité d'aller à l'intersection est de 1. À l'intersection, la probabilité d'aller dans une des 2 directions est de $1/2$. **À chaque boucle on multiplie la probabilité par $1/2$.**

Donc la probabilité qu'il arrive chez lui est:

$$(1/2)^{n/2}$$

Deux intersections



Dans ce cas la boucle dure aussi 2 minutes mais l'ivrogne peut la faire de 2 manières: entre le bar et l'intersection 1 et entre l'intersection 1 et l'intersection 2.

On additionne les probabilités des 2 manières pour savoir la probabilité de faire la boucle : $1/2 \times 1 + 1/2 \times 1/2 = 3/4$ Dans cette boucle il revient à l'intersection 1.

Il nous faut savoir le temps que l'ivrogne a passé à faire la boucle pour savoir le nombre b de boucles. Si il est arrivé en n minutes cela lui a pris 1 minute pour commencer la boucle et 2 minutes pour arriver donc on enlève 3 minutes et on divise ce temps par 2 car la boucle dure 2 minutes, ce qui donne: $b = (n - 3)/2$

À chaque boucle on multiplie la probabilité par $3/4$.

Et le chemin de l'intersection 1 à la maison a une probabilité de $1/2 \times 1/2 = 1/4$. Donc la probabilité qu'il arrive chez lui est:

$$(3/4)^b \times (1/4)$$

Auteurs :
Guillaume Coulon
Louis-Léandre Mackaya
Serena Ganci
Amandine Giudicelli

Professeurs :
Mme Martin
Mme Biglione

Chercheurs :
Catriona MacLean
Adrien Laurent

